$\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{AM_1}$. Montrer que $\frac{Z_{\overrightarrow{M_1M'}}}{Z_{\overrightarrow{AM_1}}} = \frac{\bar{z}-z}{|z-1|^2}$.

En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{AM_1}$ sont orthogonaux.

b- Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{M_1M'}$ et $\overrightarrow{BM'}$ sont orthogonaux.

c- En déduire une construction géométrique du point M'.

PROBLEME

On donne dans un plan orienté ,un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O, de rayon R et un point F, distinct de O, tel que OF < R. Soit M un point de ($\mathscr{C}$). On désigne par P le symétrique de M par rapport à F.

I)1- Déterminer l'ensemble des points P lorsque M décrit le cercle ($\mathscr{C}$).

2- Soit N le point tel que MP = MN et $\widehat{\left(\overrightarrow{MP},\overrightarrow{MN}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. Soit ω le milieu de [NP].

a) Montrer que ω est l'image de M par une rotation de centre F dont on précisera l'angle.

b) En déduire l'ensemble des points ω lorsque M décrit le cercle ($\mathscr{C}$).

3- Soit I le milieu de [MN]. Montrer que I est l'image de M par une similitude directe de centre F dont on déterminera le rapport et l'angle.

4-a) Calculer $tg\widehat{MFN}$.

b) Soit α une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{FM},\overrightarrow{FN}\right)$ tel que $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

Déterminer tgα et en déduire que α reste constante lorsque M varie sur ($\mathscr{C}$).

c) Montrer que N est l'image de M par une similitude directe de centre F dont on déterminera le rapport et l'angle.

d) Déterminer l'ensemble des points N lorsque M décrit le cercle ($\mathscr{C}$).

II)1- Soit G le symétrique de F par rapport à la droite (MN) et F' le symétrique de F par rapport O. Montrer que G appartient au cercle ($\mathscr{C}'$) de centre F' et de rayon 2R.

2- Soit (E) l'éllipse de foyers F et F' et de cercle principal ($\mathscr{C}$).

a) Montrer que la droite (MN) reste tangente à l'éllipse (E) lorsque M décrit le cercle ($\mathscr{C}$).

b) Construire le point de contact T de (E) et la droite (MN).

c) Déterminer les positions du point M sur le cercle ($\mathscr{C}$) pour lesquelles (MN) est tangente à l'éllipse (E) en l'un de ses sommets.